

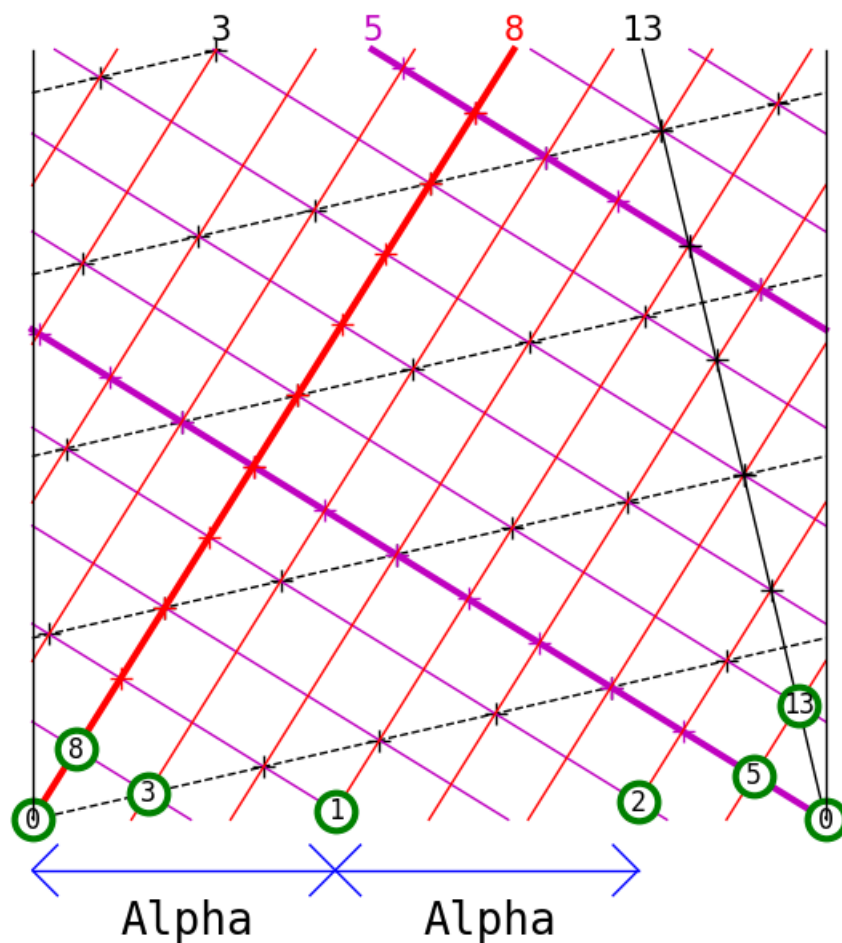
Une brève histoire de pignes

Olivier Hérail – 2024 – V0 pour commentaires



Sur les pignes de pin pignon, on lit facilement, dans l'arrangement des écailles, leur alignement en 5 spirales dans un sens et en 8 spirales dans l'autre sens, les deux ensembles décrivant la totalité des écailles.

En déroulant la pigne dans un modèle cylindrique, du moins de ce qui apparaît au ventre de la pigne, les spirales deviennent des droites, les 5 spirales en mauve ci-dessous, et les 8 spirales en rouge :



Mais on lit aussi dans la diagonale de la maille du filet défini par les 5 spirales et les 8 spirales, d'autres ensembles de spirales décrivant la totalité des écailles : plus dans l'axe de la pigne, 13 spirales, et plus perpendiculaires, trois spirales seulement. Ci-dessus une des 3 spirales est en pointillé noir, et une des 13 spirales est en trait plein noir.

Soit $13 = 8+5$ spirales dans un sens, puis $8 = 5+3$ dans l'autre, puis $5 = 3+2$ dans le premier, puis $3 = 2+1$ dans l'autre, et si je continue, deux spirales dans le premier (dans la diagonale des 5 et des 3), puis une seule spirale dans l'autre sens (dans la diagonale des 3 et des 2).

Toutes les écailles sont donc sur UNE seule spirale, que nous appellerons UNITAIRE.

Réciproquement, une des 2 spirales s'obtient en prenant une écaille sur 2 de la première, une des 3 en prenant une écaille sur 3, etc..

Vous avez déjà reconnu dans ces nombres la suite de Fibonacci ou chaque terme est la somme des deux précédents, étudiée notamment par Edouard Lucas au XIX^{ème} siècle, et qui présente de très nombreuses propriétés mathématiques (Voir Wikipedia).

0 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144

Calcul de Alpha :

Appelons Alpha l'angle de rotation autour de l'axe qui sépare deux écailles sur cette unique spirale, et Delta l'écart dans l'axe de la pigne, en prenant comme unité le rayon de la pigne. Les écailles de la spirale unitaire qui génèrent une des spirales suivantes sont représentées par des points verts sur la figure ci dessus.

Nous avons remarqué plus haut que **deux ensembles de spirales en nombres voisins de la suite sont contrarotatives**. Mathématiquement cela se définit :

- en associant à une spirale l'angle de rotation le plus petit entre deux écailles consécutives, entre les deux angles que l'on pourrait définir, c'est à dire l'angle inférieur à π , en valeur absolue, et en prenant bien entendu la même orientation de l'axe « vertical ». (Autrement dit en considérant toujours la spirale prenant le plus court chemin entre deux de ses écailles voisines.)

- en écrivant que ces angles changent de signe à chaque changement de terme de la suite

Prenons par exemple que Alfa est positif, soit un nombre positif inférieur à π .

Pour que la spirale prise en prenant un point sur deux de la spirale unitaire lui soit contrarotative, il faut que le deuxième point de la spirale unitaire définisse un angle compris entre π et 2π , soit que Alfa soit compris entre $\pi/2$ et π .

De même, pour que la spirale définie par un point sur trois de la spirale unitaire soit contrarotative de la précédente, il faut que **3** Alfa soit supérieur à 2π , soit **1** tour (et inférieur à 3π , ce qui est par définition).

De même, il faut que **5** Alfa soit inférieur à 4π , soit **2** tours.

De même, il faut que **8** Alfa soit supérieur à **3** tours.

Et que **13** Alfa soit inférieur à **5** tours.

Bref que, en appelant F_n le nième terme de la suite, il faut que F_n Alfa soit proche de F_{n-2} tours et que l' écart change de signe à chaque itération.

Ceci nous donne la solution, car :

$$\text{Limite } (F_n/F_{n-2}) = \text{Limite } (F_n/F_{n-1}) \times \text{Limite } (F_{n-1}/F_{n-2}) = \Phi^2$$

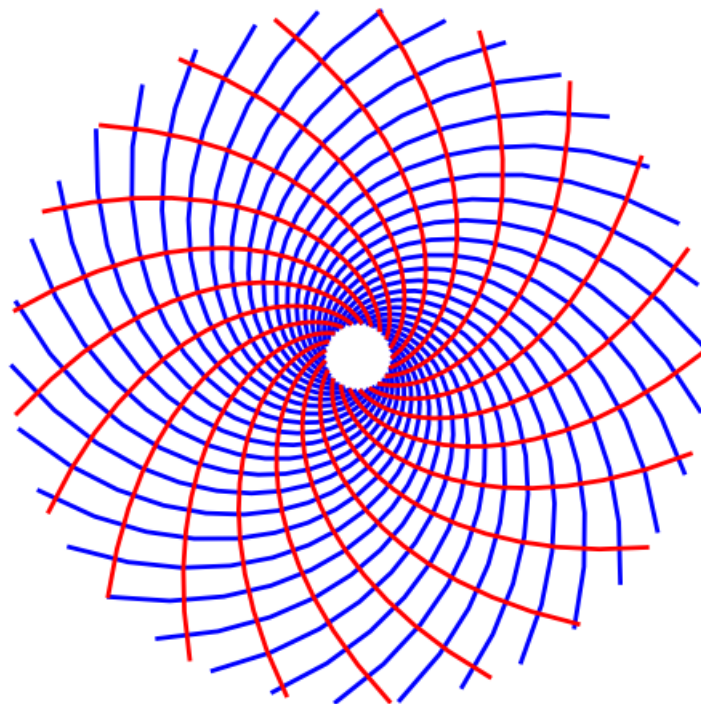
Où Φ est le fameux « Nombre d' Or » dont il a été question dans un article précédent.

Ce qui donne :

$$\text{Alpha} = 2\pi / \Phi^2 \sim 135.5^\circ$$

Cas similaires :

On lit aussi ces mêmes spirales sur les rameaux du pin, l' ananas, le palmier, et également dans le plan, dans la distribution des fleurs du tournesol, du chrysanthème, de l' artichaud, la croissance des choux....



La pigne elle-même montre une transition continue du modèle cylindrique à un modèle plan de spirales logarithmiques, aux propriétés identiques. Sur une sphère, on passe ainsi de l' un à l' autre en traçant des loxodromies, qui tracent le modèle cylindrique à l' équateur et le modèle plan aux pôles.

Phyllotaxie :

Ce que nous venons de décrire relève de la phyllotaxie, l' étude de la disposition des feuilles des végétaux, esquissée dès 1830, détaillée notamment dans l' ouvrage de Roger V. Jean en référence : Hors la symétrie parfaite de familles végétales, (comme les frênes et oliviers, les lamiacées, la famille des menthes, thym, lavandes...), les plantes empruntent dans leur croissance des spirales, dont les plus visibles sont en nombre n et m , qui sont toujours deux termes de la suite de Fibonacci, en général voisins, qui peuvent varier selon le rameau ou le fruit considéré, et même avec le diamètre dans la fleur du tournesol, et aussi le sens des spirales : le tournesol peut montrer, selon la taille du capitule, des spirales apparentes de 13×21 à 89×144 .

Ceci résulte de phénomènes physiologiques dans l' apex du végétal quand les embryons de bourgeons se forment, et sont soumis à des phénomènes de diffusion chimique créant de la répulsion entre embryons, des « ondes stationnaires » (proposées par Turing). De nombreux modèles mathématiques sont proposés pour rendre compte de cette croissance végétale dans l' apex, qui génère par le seul angle Alpha les arrangements en spirale selon les termes de la suite de Fibonacci.

Conclusion :

La suite de Fibonacci apparaît dans la croissance des végétaux, du fait d' un développement de l' apex qui génère cette disposition.

Peu connu parce que pas enseigné avant des niveaux spécialisés de biologie végétale, cela n' a rien de mystérieux, et est étudié depuis deux siècles.

Mes lecteurs érudits, savants médecins, biologistes, pharmaciens, agronomes, professeurs, observateurs de la Nature, nous diront si ils en ont entendu parler.

La pigne de pin est un très ancien symbole de force vitale, encore présent en Méditerranée, spécialement en Sicile. La magistrale pigne de bronze du Vatican, du II^{ème} siècle, en est le témoin.

Vos commentaires sont bienvenus.

Références :

- Croissance végétale et Morphogénèse - 1983 – Roger V. Jean
- Le nombre d' Or, Radiographie d' un mythe - 1970 – Marguerite Neveux